ARCHIVES MATHS DE T$^{\text{ère}}$ ES
DA.01
Durée : 20 min - Calculatrice interdite

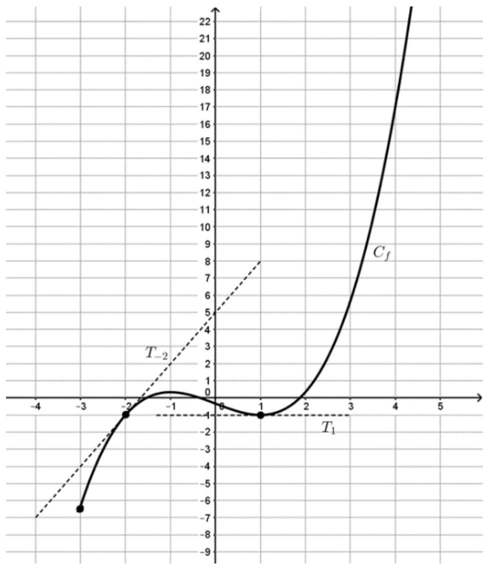
ÉNONCÉ et CORRIGÉ

Thèmes :
Fonctions – Lecture graphique – Signe - Nombre dérivé - Extrema

v 1.1

Énoncé

On considère une fonction f dont la représentation graphique C_f est donnée ci-dessous.
La droite T_{-2} est la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -2.
La droite T_1 est la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1.



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Donner le sens de variation de la fonction f.
3. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
4. Donner l'image de 4 par f.
5. Donner le·s antécédent·s de -1 par f.
6. Déterminer $f'(-2)$.
7. Donner $f'(1)$.
8. Donner le signe de f.

Bonus track - Donner les extrema de la fonction f sur son ensemble de définition.

CORRIGÉ

1. L'ensemble de définition de f est $[-3;+\infty[$.

2. f est strictement croissante sur $[-3;-1]$, strictement décroissante sur $[-1\,;\,1]$ et strictement croissante sur $[1\,;\,+\infty[$.

3. Tableau de variation de f :

x	-3		-1		1		$+\infty$
Variations de f	$-6,5$	$\nearrow$	$0,3$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	

4. $\boxed{f(4)=17}$

Explication (non demandée par l'énoncé) : la représentation graphique C_f passe par le point de coordonnées $(4\,;\,17)$.

5. $\boxed{-1 \text{ a exactement deux antécédents par } f : -2 \text{ et } 1.}$

Explication (non demandée par l'énoncé) : la représentation graphique C_f passe par exactement deux points d'ordonnée -1 : les points de coordonnées $(-2\,;\,-1)$ et $(1\,;\,-1)$.

6. $f'(-2)$ est le coefficient directeur de la tangente à la représentation graphique C_f au point d'abscisse -2.

Or cette tangente, dessinée sur le graphique, a pour coefficient directeur 3.

D'où : $\boxed{f'(-2)=3}$

7. $f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à la représentation graphique C_f au point d'abscisse 1. Or cette tangente est horizontale.

D'où : $\boxed{f'(1)=0}$

8. Signe de f

$f(x)<0$ ssi $x\in[-3\,;\,-1,5[\cup]-0,3\,;\,1,9[$
$f(x)>0$ ssi $x\in]-1,5\,;\,-0,3[\cup]1,9\,;\,+\infty[$
$f(x)=0$ ssi $x=-1,5$ ou $x=-0,3$ ou $x=1,9$

Bonus - Sur l'intervalle $[-1\,;\,3]$:

. f atteint en -3 un minimum qui vaut $-6,5$
. f n'atteint pas de maximum sur $[-1\,;\,3]$